

№ 9.10

9

$$(7+6x)y' = 7y \quad \text{или } y(0) = 1$$

$$(7+6x) \frac{dy}{dx} = 7y$$

Это уравнение первого порядка с разделимыми переменными.

Разделяю переменные

$$\frac{dy}{7y} = \frac{dx}{6x+7}$$

Нахожу общий интеграл уравнения
поглотили интегрировывая

$$\frac{dy}{7y} - \frac{dx}{6x+7} = 0$$

$$\frac{1}{7} \int \frac{dy}{y} - \frac{1}{6} \int \frac{d6x}{6x+7} = 0$$

$$\frac{1}{7} \ln y - \frac{1}{6} \ln(6x+7) = C$$

$$\ln y^{1/7} = C + \ln(6x+7)^{1/6}$$

$$\ln y^{1/7} = \ln C (6x+7)^{1/6}$$

$$10) \quad y^{1/7} = C(6x+7)^{1/6}$$

Определяю константу C из заданного начального условия $y(0) = 1$

$$1 = C(6 \cdot 0 + 7)^{1/6}; \quad 1 = C \cdot 7^{1/6}$$

$$\text{Откуда } C = \frac{1}{\sqrt[6]{7}}$$

Таким образом решение исходного уравнения имеет вид при заданных начальных условиях:

$$y^{1/7} = \frac{1}{\sqrt[6]{7}} (6x+7)^{1/6}$$

Проверка:

Дифференцирую по x обе части решения

$$\frac{1}{7} y^{-6/7} \cdot y' = \frac{1}{\sqrt[6]{7}} \cdot \frac{1}{6} \cdot (6x+7)^{-5/6} \cdot 6$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt[6]{7}} (6x+7)^{-5/6} \cdot 7 \cdot y^{6/7}$$

Подставляю это выражение для прощ-

Водной в исходное уравнение

(11)

$$(6x+7) \cdot 7 \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{7}} (6x+7)^{-5/6} \cdot y^{6/7} =$$

$$= 7 \cdot y^{6/7} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt[5]{7}} (6x+7)^{1/6} \right] = 7 \cdot y^{6/7} \cdot y^{1/7} = 7y.$$

Все