(2) $y'' - 6y' + 9y = \cos 2x$; $y(0) = 1$ $y'(0) = 1/3$

Составляем характеристическое уравнение

$r^2 - 6r + 9 = 0$ $r_1 = r_2 = 3$

Находим общий интеграл U однородного уравнения, соответствующего данному неоднородному уравнению

$$U = e^{3x}(C_1 + C_2 x)$$

Частным интегралом y_1 данного неоднородного уравнения, соответственно его правой части $f(x) = \cos 2x$ будет функция вида $y_1 = A\cos 2x + B\sin 2x$

Подставляя функцию y_1 и ее производные

$y_1' = -2A\sin 2x + 2B\cos 2x$

$y_1'' = -4A\cos 2x - 4B\sin 2x$

в данное неоднородное ур-е, получим равенство

$-4A\cos 2x - 4B\sin 2x - 6(2B\cos 2x - 2A\sin 2x) +$

$+ 9(A\sin 2x\cos 2x + B\sin 2x) = \cos 2x$

которое будет тождеством только при равенстве коэффициентов у подобных членов

(5) в обеих его частях

$$-4A\cos 2x - 4B\sin 2x - 12B\cos 2x + 12A\sin 2x +$$
$$+18A\cos 2x + 18B\sin 2x = \cos 2x$$

$$\begin{cases} -4A - 12B + 18A = 1 \\ -4B + 12A + 18B = 0 \end{cases}$$

$$A = \frac{7}{222} \qquad B = -\frac{6}{222}$$

$$y = y + y_1 = e^{3x}(C + C_2 x) + \frac{7}{222}\cos 2x - \frac{6}{222}\sin 2x$$

$$y(0) = C + \frac{7}{222} = 1 \Rightarrow C = \frac{215}{222}$$

$$y' = 3e^{3x}\left(\frac{215}{222} + C_2 x\right) + C_2 e^{3x} - \frac{14}{222}\sin 2x -$$
$$- \frac{12}{222}\cos 2x$$

$$y'(0) = 3 \cdot \frac{215}{222} + C_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow C_2 = -\frac{571}{222}$$