

Для Оуеме.

Случайная величина X распределена равномерно в интервале $[4, 8]$, вычислить вероятность события $P(X > \sqrt{D[X]})$

Решение.

Составим функцию распределения случайной величины:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{4}(x - 4) & \text{при } 4 < x \leq 8 \\ 1 & \text{при } x > 8 \end{cases}$$

Математическое ожидание можно найти, воспользовавшись формулой:

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx,$$

где $f(x) = F'(x)$ – плотность распределения случайной величины X .

В нашем случае $f(x) = \frac{1}{4}$ и $M[X] = \int_4^8 (\frac{1}{4}x)dx = 6$. Для определения дисперсии воспользуемся формулой

$$D[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x)dx.$$

$$\begin{aligned} D[X] &= \int_4^8 (x - 6)^2 \frac{1}{4} dx = \frac{1}{4} \int_4^8 (x^2 - 12x + 36) dx = \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}x^3 - 6x^2 + 36x \right) \Big|_4^8 = 1.33 \end{aligned}$$

Какое бы значение не приняла данная случайная величина X , это значение всегда будет больше, чем $\sqrt{1.33}$. Следовательно,

$$P(X > \sqrt{D[X]}) = 1$$