

### Для tochka

1. Определить вероятность, что корни квадратного уравнения  $x^2 + 2ax + b = 0$  вещественны, если значения коэффициентов  $a$  и  $b$  равновозможны в квадрате  $|a| \leq 1, |b| \leq 1$ .
2. Три одинаковых лампочки временно выворачиваются из патронов и кладут в ящик. Затем их случайным образом вынимают из него и вворачивают в патрон. Для случайного числа лампочек, попавших в тот патрон, из которого они вывернуты, найти:
  - (a) ряд распределения и многоугольник распределения;
  - (b) функцию распределения и построить её график;
  - (c) числовые характеристики  $M(x)$  и  $D(x)$ ;
  - (d)  $p(0.3 < X < 2.1)$ ;
  - (e) наивероятнейшее значение  $X$ .

#### Решение 1.

Корни уравнения вещественны, если выполняется неравенство  $0 \leq a^2 - b$ . Схематично изобразим график функции  $b = a^2$ . На рисунке 1 квадратом ограничена область, в которую по условию задачи могут попадать точки  $(a, b)$ . Заштрихована область, любая точка  $(a, b)$  которой соответствует коэффициентам, при которых корни заданного уравнения вещественны. Площадь заштрихованной фигуры равна

**Цензура**

**Цензура** Искомая вероятность равна отношению площади заштрихованной фигуры к площади квадрата. Следовательно вероятность равна

#### Решение 2.

Возможно 8 исходов:

- |   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | C | C | C |
| 2 | C | C | Ч |
| 3 | C | Ч | C |
| 4 | C | Ч | Ч |
| 5 | Ч | C | C |
| 6 | Ч | C | Ч |
| 7 | Ч | Ч | C |
| 8 | Ч | Ч | Ч |

Подсчитав количество одинаковых вариантов, строим ряд распределения:

$x_i$	0	1	2	3
$p_i$	0.125	0.375	0.375	0.125

## Цензура Цензура

Построим функцию распределения случайной величины  $X$  – числа лампочек, попавших в свой патрон:

- 1) При  $x \leq 0$  **Цензура**
- 2) При  $0 < x \leq 1$  **Цензура**
- 3) При  $1 < x \leq 2$  **Цензура**
- 4) При  $2 < x \leq 3$  **Цензура**
- 5) При  $x > 3$   $F(x) = 1$

Для вычисления математического ожидания и дисперсии воспользуемся формулами  $M[X] = \sum_{i=1}^4 x_i p_i$  и  $D[X] = M[X^2] - (M[X])^2$ . Чтобы упростить расчёты, сначала составим вспомогательную таблицу:

$x_i$	0	1	2	3
$x_i^2$	0	1	4	9
$p_i$	0.125	0.375	0.375	0.125
$x_i p_i$	0	0.375	0.75	0.375
$x_i^2 p_i$	0	0.375	1.5	0.375

По таблице находим  $M[X] = 1.5$ . Вычисляем дисперсию:  $D[X] = 0.375$ . Для определения вероятности попадания случайной величины на заданный участок, воспользуемся формулой

$$P(\alpha \leq X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha):$$

$$P(0.3 < X < 2.1) = P(1 \leq X < 3) = F(3) - F(1) = 0.875.$$

Для ответа на вопрос (e) надо воспользоваться определением моды:

“Модой  $M_0$  дискретной случайной величины называется значение, которое встречается чаще всего”. В нашем случае распределение является двухмодальным и наивероятнейших значений два:

